طرق تدريس الرياضيات
حل المشكلات و الإكتشاف

المركز الدولي لتكوين المكونين والتجديد البيداغوجي

3- طريقة حل المشكلات:

إذا كانت مظاهر الحياة كالتنفس والحركة والنمو والتكاثر والإخراج و....... هي ما يميز الكائنات الحية عن الجمادات، فإن القدرة على حل المشكلات هي ما يميز الإنسان عن الكائنات الحية الأخرى.

وتعتبر طريقة حل المشكلات أهم الطرق وأنسبها لتدريس الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة، حيث يوصي المتخصصون في تعليم الرياضيات بأن يكون أسلوب حل المشكلات مركز مناهج الرياضيات وبؤرة اهتمامها، وأن يتمّ تدريس الرياضيات من خلال حل المشكلات.

مفهوم المشكلة:

تُعرّف المشكلة بأنها : سؤال محيّر أو موقف مربك، لا يمكن إجابته أو حله عن طريق المعلومات والمهارات الجاهزة لدى الشخص الذي يواجه هذا السؤال أو الموقف.

ويمكن توضيح مفهوم المشكلة من خلال وصف الموقف الذي يمر به الشخص، فالفرد يكون في مشكلة إذا كان لديه هدف يريد الوصول إليه وفي استطاعته ذلك ولديه من الدوافع ما يمكّنه من البحث الواعي للوصول إلى ذلك الهدف والاستمرار فيه، ولكن توجد ولو بصفة مؤقتة بعض العوائق التي تمنعه من الوصول إلى هدفه بسرعة، مما يتطلب منه أن يتغلب على هذه العوائق.

وفي ضوء ما سبق فإن الموقف يكون مشكلة لشخصٍ ما إذا تحققت الشروط التالية:

- أن يكون لدى الشخص هدف واضح محدد، يشعر بوجوده، ويسعى إلى تحقيقه.
- أن يكون هناك عائق يمنعه من تحقيق الهدف، وهذا العائق لا يمكن إزالته أو التغلب عليه بالطرق الروتينية من خلال الخبرات والمعلومات الجاهزة لدى الشخص الذي يواجه الموقف.
- أن يكون الشخص مهتماً بالموقف ومتحمساً له، مما يدفعه للبحث عن وسائل وأساليب للتغلب على العائق وتحقيق الهدف.

مفهوم المشكلة في الرياضيات:

لا يختلف مفهوم المشكلة في الرياضيات عن مفهومها بشكل عام، فأي موقف تعليمي في الرياضيات يكون مشكلة للطالب إذا توفرت فيه الشروط السابقة. ويرى بعض التربويين المتخصصين في تعليم الرياضيات أن كل تمرين أو مسألة أو رسم هندسي أو إدراك علاقة يعد مشكلة طالما أن لدى التلميذ دافعاً لحل التمرين أو المسالة أو رسم الشكل أو إدراك العلاقة وطالما أن الموقف فيه حيرة بالنسبة للتلميذ.

مفهوم حل المشكلة:

حل المشكلة يعني التعرف على وسائل وطرقٍ للتغلب على العوائق التي تعترض الوصول إلى الهدف وتوظيفها للوصول إليه.

استراتيجيات حل المشكلات:

استراتيجية حل المشكلة يقصد بها المقاربة أو الفكرة التي يتناول بها الفرد (الطالب) المشكلة بقصد حلها. أي أنها تعني نوعية التحرك الذهني الذي يعالج به الفرد المشكلة من خلال خطة وخطوات تمكّنه من الحل.

وبالرغم من أنه يوجد في أدبيات تربويات الرياضيات عدد من الاستراتيجيات العامة لحل المشكلات، كاستراتيجية جون ديوي، واستراتيجية فرانك ليستر، إلا أن استراتيجية جورج بوليا تعد أهم تلك الاستراتيجيات وأنسبها لحل المشكلات الرياضية, وأكثرها تداولاً في مجال تربويات الرياضيات، وقد اعتمدت عليها مناهج الرياضيات الجديدة في التعليم العام في تدريس حل المسألة. وفيما يلي عرض موجز لهذه الاستراتيجية.

- استراتيجية جورج بوليا لحل المشكلة:
- تتكون الاستراتيجية العامة التي اقترحها بوليا لحل المشكلات الرياضية من أربع مراحل أو خطوات رئيسة، يمكن إيجازها فيما يلي:
- المرحلة الأولى- فهم المشكلة: فهم المشكلة يعد الخطوة الأولى في عملية حلها، إذ إنه من الخطأ الإجابة على سؤال لا تفهمه، ففهم المشكلة ووضوحها شرط ضروري قبل التفكير في حلها، ويمكن للمعلم التأكد من فهم الطلاب للمشكلة من خلال توجيه عدد من الأسئلة لهم، يتمّ من خلالها التأكد من فهمهم المشكلة وإدراكها، ويتحقق ذلك من خلال التأكد من قدرة الطالب على القيام بما يلي:

- قراءة المشكلة.
- إعادة صياغة المشكلة بلغة الطالب الخاصة.
- فهم وإدراك المدلولات الرياضية للألفاظ والرموز الواردة في المشكلة.
- تحديد المعطيات والمطلوب والشروط.
- استعمال رموز مناسبة للتعبير عن عناصر المشكلة (المعطيات– المطلوب – الشروط).
- رسم شكل للمشكلة التي تتطلب رسماً، وتوضيح المعطيات والمطلوب عليه.
- تحديد مدى كفاية المعلومات المعطاة لحل المشكلة.
- تحديد المعلومات الزائدة أو غير الضرورية.

- المرحلة الثانية- وضع خطة لحل المشكلة (ابتكار خطة الحل):
- تعد هذه المرحلة أهم مراحل حل المشكلة، فالجزء الرئيس في حل المشكلة هو الوصول إلى فكرة أو خطة الحل. ويمكن أن يسبق الوصول إلى فكرة الحل بعض المحاولات الفاشلة. وتعد مرحلة ابتكار الخطة أصعب المراحل على الطالب، ولذلك ينبغي للمعلم أن يساعده ليتوصل إلى فكرة الحل بنفسه دون إقحام أو فرض خطة لا يفهمها ولا يدرك سبب اختيارها، ومن الأسئلة التي يمكن أن يوجهها المعلم للطالب في هذه المرحلة لمساعدته على ابتكار الخطة ما يلي:

- هل رأيت مشكلة مماثلة لهذه المشكلة من قبل؟
- هل تعرف مشكلة ذات صلة أو علاقة بالمشكلة الحالية؟
- هل يمكن تبسيط هذه المشكلة؟
- انظر إلى المجهول وحاول أن تتذكر مشكلة مألوفة لك، ولها نفس المجهول أو مجهول مشابه له.
- هل يمكن تعديل المجهول ليصبح في صورة أخرى قريبة من المعطيات؟
- هل يمكن تعديل المعطيات لتصبح في صورة قريبة من المجهول؟
- هل تعرف نظرية أو قانوناً أو نموذجاً أو أسلوباً يمكن استخدامه لحل المشكلة؟
- إذا لم تستطع حل هذه المشكلة فحاول أن تحل مشكلة ذات علاقة بها.
- أهمل مؤقتاً بعض الشروط وحقق الشروط الأخرى.
- هل استخدمت كل المعطيات، كل الشروط؟

- المرحلة الثالثة- تنفيذ الخطة: بعد أن أدرك الطالب فكرة الحل ورسم الخطة، يكون قد قطع شوطاً كبيراً في طريق حل المشكلة، فتنفيذ الخطة يعتبر من الأمور السهلة على الطالب، وخاصة عندما يكون قد توصّل إلى فكرة الحل بنفسه أو قام بدور فعّال في وضع الخطة، بينما يكون احتمال نسيان الطالب لخطة الحل كبيراً، إذا كانت قد فُرضت عليه من المعلم. وما يقوم به الطالب في هذه المرحلة عبارة عن عمليات وخوارزميات واضحة، ولكن يجب أن يتأكد من أن كل خطوة يقوم بها صحيحة، ويمكن تبريرها أو إثبات صحتها، وأن الحسابات والعمليات سليمة.
- المرحلة الرابعة- مراجعة الحل (التحقق من صحة الحل):

يهمل كثير من الطلاب حتى الجيدين هذه المرحلة، لأنهم يعتقدون أن حل المشكلة ينتهي بمجرد الوصول إلى الحل، وهذا يفقد الطلاب جوانب مهمة وأكثر فائدة في حل المشكلة، ولذلك فإنه ينبغي للمعلم تشجيع الطلاب على إعادة النظر في النتيجة التي توصّلوا إليها وفحصها، والتمعّن في الخطوات التي أدت إليها، وبذلك تزداد معلومات الطلاب تركيزاً، وتزداد قدرتهم على حل المشكلات، ومن الأسئلة التي يمكن أن يطرحها المعلم على الطالب في هذه المرحلة ما يلي:

هل يمكن أن تتحقق من صحة النتيجة؟

هل الحل يحقق شروط المشكلة؟

هل الناتج معقول ويتفق مع طبيعة المشكلة؟

هل تمَّ استخدام جميع المعلومات؟

هل يمكن الوصول للنتيجة بطريقة أخرى (هل يمكن حل المشكلة بطريقة أخرى؟).

هل يمكن استخدام هذه الطريقة أو الاستراتيجية في حل مشكلات أخرى؟

- إعادة صياغة المسألة بلغة الطالب الخاصة
- تحديد المعطيات والمطلوب والشروط
- استعمال رموز مناسبة للتعبير عن عناصر المسألة (المعطيات – المطلوب – الشروط)
- رسم شكل أو مخطط للمسألة التي تتطلب رسم، وتحديد المعطيات والمطلوب على الرسم
- تحديد مدى كفاية المعلومات المعطاة لحل المسألة (هل يمكن حل المسألة من خلال المعلومات المعطاة)
- تحديد المعلومات الزائدة أو غير الضرورية.

المرحلة الثانية- ابتكار(اقتراح - وضع) خطة لحل المشكلة:

تعدّ هذه المرحلة أهم مراحل حل المشكلة، حيث إن الجزء الرئيس في حل المشكلة هو الوصول إلى فكرة أو خطة الحل. وتعد هذه الخطوة- كما يذكر بوليا- أصعب الخطوات على الطلاب أثناء حل المشكلات، فغالباً ما يقول بعض الطلاب : لا أستطيع أن ابدأ أو المسألة صعبة أو لا يمكن حل هذه المسألة. ويرى بوليا أن الفكرة الجيدة تبنى على الخبرات السابقة والمعارف المكتسبة. ومن الإرشادات أو الأسئلة التي يمكن أن يطرحها المعلم على الطلاب في هذه المرحلة لمساعدتهم على ابتكار أو وضع خطة للحل ما يلي:

- هل رأيت مشكلة مماثلة لهذه المشكلة من قبل؟
- هل رأيت المشكلة نفسها بصيغة أخرى؟
- هل تعرف مشكلة ذات صلة أو علاقة بالمشكلة الحالية؟
- هل يمكن تبسيط هذه المشكلة؟
- انظر إلى المجهول وحاول أن تتذكر مشكلة مألوفة لك، ولها نفس المجهول أو مجهول مشابه له
- هل تعرف نظرية أو قانون أو نموذج أو أسلوب يمكن استخدامه لحل المشكلة؟
- إذا لم تستطع حل هذه المشكلة فحاول أن تحل مشكلة ذات علاقة بها.
- اهمل مؤقتاً بعض الشروط وحقق الشروط الأخرى.

وعموماً هناك العديد من الأساليب أو الاستراتيجيات الخاصة التي يمكن تحديدها في هذه المرحلة، وذلك حسب طبيعة المشكلة والوقت المتاح والمعلومات والخبرات السابقة، وسيتم لاحقاً التعرض لبعض تلك الاستراتيجيات الخاصة.

المرحلة الثالثة- تنفيذ خطة الحل:

بعد أن يحدد الطالب خطة الحل يكون قد قطع شوطاً كبيراً في طريق حل المشكلة، فتنفيذ الخطة يعتبر من الأمور السهلة على الطالب، وخاصة عندما يكون قد توصّل إلى فكرة الحل بنفسه أو قام بدور فعّال في وضع الخطة، فما يقوم به الطالب في هذه المرحلة عبارة عن عمليات وخوارزميات واضحة، ولكن يجب أن يتأكد من أن كل خطوة يقوم بها صحيحة ويمكن تبريرها وإثبات صحتها، وأن الحسابات والعمليات دقيقة وصحيحة.

المرحلة الرابعة- مراجعة الحل(التحقق من صحة الحل):

في هذه المرحلة يقوم الطالب بمراجعة الحل الذي توصّل إليه. ومن الإرشادات و الأسئلة التي يمكن أن يطرحها المعلم على الطالب في هذه المرحلة ما يلي:

هل يمكن أن تتحقق من صحة النتيجة؟

هل الحل يحقق شروط المشكلة؟

هل الناتج معقول ويتفق مع طبيعة المشكلة؟

هل يمكن الوصول إلى النتيجة بطريقة أخرى (هل يمكن حل المشكلة بطريقة أخرى)

هل يمكن استخدام هذه الطريقة أو الاستراتيجية في حل مشكلات أخرى؟

بعض الاستراتيجيات الخاصة لحل المشكلات

في المرحلة الثانية من مراحل جورج بوليا لحل المشكلة (مرحلة ابتكار أو وضع الخطة) قدّم المتخصصون في الرياضيات وتعليم الرياضيات عدداً من الاستراتيجيات أو الأساليب التي يمكن استخدامها لحل المشكلة. ويتوقف تحديد الاستراتيجية المناسبة لحل المشكلة على نوعية أو طبيعة المشكلة وخبرة الطالب الذي سيقوم بحلها. وبالرغم من التداخل بين بعض تلك الاستراتيجيات، إلا أنه يمكن تمييز الاستراتيجيات التالية:

1- استراتيجية التخمين والتحقق:

وقد يُطلق عليها المحاولة والخطأ المنـظّمة، ويتم من خلالها تخمين الإجابة الصحيحة، ولكن التخمين لا يكون بطريقة عشوائية، بل إنه تخمين ذكي يعتمد على المنطق،حيث يُستفاد في كل محاولة من المحاولات التي سبقتها. فالمحاولة التالية يجب أن تكون أقرب إلى الحل من المحاولة السابقة. فمجرد المحاولات العشوائية غير المرتبطة ببعضها تؤدي إلى إطالة الزمن المستغرق في الحل، وقد لا تؤدي إلى الحل نهائياً، وتعدُّ مهارة التقدير من المهارات المهمة واللازمة لهذه الاستراتيجية.

4- إنشاء قائمة منظّمة:

يطلق عليها أيضاً تكوين جدول، ويتم في هذه الاستراتيجية جدولة البيانات أو تنظيمها في قوائم لتسهيل دراستها، وتنظيم التفكير والسير بخطة مناسبة نحو حل المشكلة، ويفضّل استخدام هذه الاستراتيجية عندما يكون لمسألة ما عدد من الإجابات، حيث يمكن من خلالها إيجاد جميع الإجابات الممكنة للمسألة، بينما تستخدم استراتيجية التخمين والتحقق غالباً عندما يكون للمسالة حل واحد.

كما يمكن استخدام استراتيجية إنشاء قائمة منظّمة لاستنتاج بعض التعميمات من خلال إعداد جدول وتنظيم المعلومات عليه، مما يسهّل اكتشاف التعميم.

مثال: عدد مؤلف من رقمين يزيد رقم عشراته عن رقم آحاده بأربعة ، إذا كان العدد أولياً . فما هو العدد ؟

فهم المسألة:

المعطيات:

لدينا الأرقام: . ، 1 ، 2 ، 3، 4 ، 5، 6، 7 ، 8 ،9

المطلوب : تكوين عدد مؤلف من رقمين

الشروط: الفرق بين رقم العشرات ورقم الآحاد أربعة

العدد المطلوب عدداً أولياً

وضع خطة الحل: يمكن حل هذا المسألة باستخدام استراتيجية حذف بعض الحالات.

ويقرر الطالب استخدام هذه الاستراتيجية نظراً لمحدودية الأعداد التي يمكن أن تحقق هذه الشروط.

.

تنفيذ الخطة:

أولاً- يتم كتابة جميع الأعداد التي تحقق الشرط الأول (رقم العشرات يزيد عن الاحاد أربعة)

الأعداد هي: 40 ، 51 ، 62 ،73، 84 ، 95 (لا يوجد أعداد أخرى تحقق الشرط الأول)

ثانياً- نحذف الأعداد غير الأولية:

40 ليس عدداً أولياً ، 51 أيضاً ليس عدداً أولياً ، وهكذا نستبعد الأعداد غير الأولية ، وسنجد في النهاية أن العدد الوحيد الأولي بين هذه الأعداد هو: 73

مراجعة الحل (التحقق من الحل):

هل الفرق بين رقم عشرات العدد 73 ورقم آحاده أربعة؟

نعم : 7-3 = 4

هل العدد 73 أولياً؟

نعم ، للعدد 73 قاسمان فقط هما: 1 ، 73

تدريب : عددان س ، ص الفرق بينهما 3، ومجموع مربعيهما أكبر من مربع مجموعهما، إذا كان كل من س، ص عنصراً من عناصر المجموعة: {2،3،5،7،8،9، -1، -4، -6، -11}. أوجد العددين

6- حل مشكلة أبسط(أسهل) :

يتم من خلال هذه الاستراتيجية حل مسألة مشابهة للمسألة الأصلية، ذات علاقة بها. ويكون تبسيط المشكلة من خلال استخدام أرقام أصغر أو أرقام أسهل في الحسابات، وقد يتم تبسيط المشكلة من خلال إهمال بعض الشروط مؤقتاً. كما أن تبسيط المشكلة قد يكون من خلال دراسة حالات خاصة ثم محاولة الاستفادة من حل هذه الحالات الخاصة في حل المشكلة الأصلية. ويمكن استخدام هذه الاستراتيجية مع استراتيجيات أخرى لحل المشكلة ، بمعنى أنها قد تكون خطوة مساعدة في حل المشكلة

مثال: يراد تعليق لوحات متجاورة (متلاصقة) ، فإذا كان يوجد في كل ركن من أركان اللوحة الواحدة مكان لمسمار واحد . وكانت كل لوحة تشترك مع اللوحة المجاورة لها في مسمارين من الجهتين المتجاورتين . فكم عدد المسامير اللازمة لتعليق 30 لوحة .

فهم المسألة:

المعطيات: عدد المسامير التي يمكن وضعها في كل لوحة

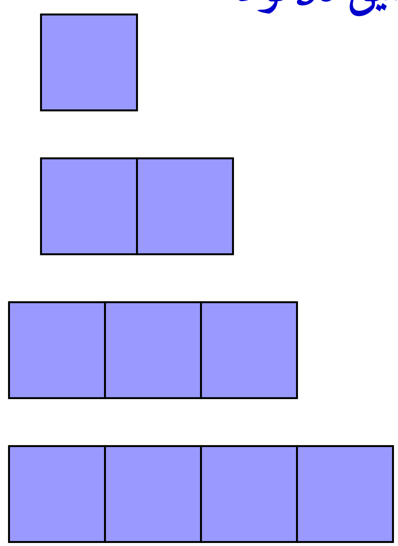
طريقة تعليق اللوحات

عدد اللوحات المراد تعليقها

المطلوب: عدد المسامير اللازمة لتعليق 30 لوحة

وضع خطة الحل:

يمكن استخدام استراتيجية حل مشكلة أبسط، حيث يتم البدء بلوحة واحدة ثم لوحتين ثم ثلاث لوحات ، ومحاولة استنتاج نمط ليمكن من خلاله إيجاد عدد المسامير اللازمة لتعليق 30 لوحة



تنفيذ الخطة:

لتعليق لوحة واحدة يلزم 4 مسامير

لتعليق لوحتين متلاصقتين يلزم 6 مسامير

لتعليق ثلاث لوحات يلزم 8 مسامير

لتعليق 4 لوحات يلزم 10 مسامير

أهمية حل المشكلات(مزايا- إيجابيات طريقة حل المشكلات):

يمكن إبراز أهمية حل المشكلات في الرياضيات فيما يلي:

1. يتمّ من خلالها تعلّم معارف رياضية جديدة.
2. يتم من خلالها اكتشاف معارف رياضية جديدة.
3. تعدّ وسيلة للتدريب على المهارات الرياضية وإعطاء معنى لها.
4. تساعد على انتقال أثر التعلّم، بمعنى أنه يمكن من خلالها توظيف المفاهيم والتعميمات والمهارات في أوضاع ومواقف جديدة في الحياة العامة للفرد.
5. يتمّ من خلالها تنمية مهارات التفكير العليا لدى الطلاب.
6. تعدُّ وسيلة مناسبة لإثارة الفضول الفكري لدى الطلاب.
7. تساهم في تحسين اتجاهات الطلاب نحو الرياضيات وتزيد من ثقتهم بأنفسهم وتشعرهم بلذة النجاح عندما يكتشفون طريقة حل المشكلة ويتوصلون إليه.
8. تضفي عملية حل المشكلات على موضوعات الرياضيات نوعاً من الانسجام والترابط.

4- طريقة الاكتشاف:

احتلت طريقة التعلم بالاكتشاف مكانة خاصة في الآونة الأخيرة عند المعلمين والتربويين،وبشكل خاص عند المهتمين بمناهج الرياضيات وطرق تدريسها، وقد ظهرت الدعوة إلى استعمال الاكتشاف كطريقة لتدريس الرياضيات كردة فعل للطريقة التقليدية التي تعتمد أساساً على الإلقاء من جانب المعلم والحفظ والاسترجاع من جانب التلاميذ.ويعتبر برونر من أوائل من نادى باستخدام الاكتشاف كطريقة أو نموذج للتدريس.

مفهوم طريقة الاكتشاف :

أ- مفهوم الاكتشاف كطريقة تعليم :

طريقة الاكتشاف هي الطريقة التي يتم من خلالها جعل التلاميذ يكتشفون الحقائق المراد تعليمها، بالتفكير الذاتي والملاحظة الفعالة، سواءً كان ذلك بحوار قصير أو طويل أو بدون حوار.

ب- مفهوم الاكتشاف كأسلوب تعلم :

التعلم بالاكتشاف هو التعلم الذي يحدث كنتيجة لمعالجة المتعلم المعلومات وتركيبها وتحويلها حتى يصل إلى معلومات جديدة، باستخدام عمليات الاستقراء أو الاستنباط أو باستخدام المشاهدة والاستكمال أو أي طريقة أخرى.

أنواع الاكتشاف:يصنّف الاكتشاف حسب الدور الذي يقوم به المعلم أثناء قيام التلاميذ بالاكتشاف، ومقدار التوجيه الذي يقدمه المعلم للتلاميذ. وبناءً على ذلك يُصنف الاكتشاف إلى الأنواع التالية :

1- الاكتشاف الموجه:

الاكتشاف الموجه هو الطريقة التي تؤدي إلى اكتشاف التلميذ المفهوم أو العلاقة الرياضية بنفسه مستخدماً ما في بنيته المعرفية من مفاهيم أو تعميمات رياضية، ذات علاقة بالمعلومات الجديدة ، ويكون ذلك تحت توجيه وإشراف المعلم.

وفي هذا النوع من الاكتشاف يقوم المعلم بتزويد المتعلمين بتعليمات وإرشادات تكفي لضمان حصولهم على الخبرة والوصول إلى المعلومة، وبذلك يضمن نجاحهم في استخدام قدراتهم العقلية لأكتشاف المفاهيم والمبادئ العلمية الجديدة. وبالرغم من ذلك فإن عنصر الذاتية والمبادأة من قبل التلميذ يبقى محدوداً، ذلك لأن الاكتشاف الذي يصل إليه التلميذ هنا يكون قد سبق أن خطط المعلم خطوات الوصول إليه، ويوجه التلاميذ خطوة بخطوة إلى أن يصلوا إلى اكتشافه. وبالتالي فإن فرصة اختيار التلاميذ للطريقة التي يتم بها التوصل إلى الشيء المطلوب اكتشافه تكون محدودة إلى حد ما فهي مفروضة على التلاميذ من قبل المعلم الذي صمم وخطط هذه الطريقة. ويفضل استخدام هذا النوع من الاكتشاف عند بداية تدريب التلاميذ على اكتشاف المفاهيم أو التعميمات الرياضية. وتوجد خطوات إجرائية يمكن للمعلم اتباعها عند استخدامه لهذا

- أن يعرض بعض المعلومات أو البيانات التي ترتبط بعلاقة ما أو تحكمها قاعدة معينة.
- أن يوجه التلاميذ خطوة بخطوة لدراسة وفحص المعلومات أو البيانات التي عرضها لإدراك العلاقة بين عناصرها .
- أن يوجه التلاميذ إلى اكتشاف القاعدة أو العلاقة المطلوب الوصول إليها .
- أن يتحقق التلاميذ من صحة القاعدة أو العلاقة بالنسبة لحالات أخرى مماثلة.

- **2- الاكتشاف الإرشادي (شبه الموجه) :**
- تتيح هذه الطريقة الفرصة للتلاميذ ليصلوا إلى اكتشاف المفهوم أو التعميم دون توجيه المعلم لهم خطوة بخطوة كما هو الحال في حالة الاكتشاف الموجه، كما أنه يتاح للتلاميذ في هذا النوع من الاكتشاف فرصة المبادأة والتفكير الذاتي كل على حدة للوصول إلى اكتشاف الشيء المطلوب، وهنا يفكر الطالب كعالم الرياضيات عندما يريد أن يصل إلى اكتشاف شيء معين، وبالتالي يشعرون بالرضا عند اكتشافهم للشيء المطلوب اكتشافه. وقد يصل في هذا النوع بعض التلاميذ إلى الاكتشاف المطلوب بينما يصل آخرون إلى أجزاء منه فقط، وقد لا يصل بعض التلاميذ إلى أي شيء مما يراد اكتشافه. ويوجد عدد من الخطوات الإجرائية التي يمكن أن يتبعها المعلم عندما يستخدم هذه الطريقة، وهي :

- يعرض معلومات وبيانات ترتبط بعلاقة معينة أو تحكمها قاعدة محددة.
- يطلب من التلاميذ اكتشاف القاعدة أو العلاقة التي تربط عناصر تلك المعلومات أو البيانات ويتركهم يعملون دون تدخل منه.
- يرشد التلاميذ عندما يطلبون منه ذلك فقط.
- يتيح الفرصة ليتبادل ويتناقش التلاميذ فيما بينهم حول ما تمّ اكتشافه.

- 3- الاكتشاف المفتوح :
- يقوم المعلم في هذه الطريقة بتصميم أنشطة التعلم ويزود التلاميذ بأشياء أو أفكار يستخدمونها، دون أن يعطيهم أية تعليمات أو حتى الهدف من الدرس، ولكنه يرشد التلاميذ وعلى نطاق ضيق عندما يطلبون منه ذلك، وتتيح طريقة الاكتشاف المفتوح الفرصة للمعلم ليلاحظ التلاميذ أثناء عملهم ويعرف كيف يتعلمون عندما لا تكون عليهم قيوداً معينة تفرضها إجراءات تقليدية في التعليم. ويفضل استخدام هذه النوع من الاكتشاف في المراحل الأولى من تعليم الموضوع؛ ليكتشف التلاميذ بعض المعلومات أو الخصائص عن المفاهيم والتعميمات التي يتضمنها الدرس.

- 4- الاكتشاف الحر:
- وهو أعلى أنواع الاكتشاف، ومنشأ هذه الطريقة هو حب الاستطلاع الطبيعي والفضول العلمي للتلاميذ، وبالرغم من أن توجيه المعلم للتلاميذ هنا يكون معدوماً إلى حدٍ ما إلا أن المعلم يجب أن يقوم بدوره التربوي فيظهر الاهتمام بما يقوم به التلاميذ ويشجعهم، ويقدم لهم النصح ليصلوا إلى تعلم أفضل .وهذه الطريقة تحتاج إلى وقت وجهد كبيرين. ولا يحتاج الأمر هنا إلى عرض خطوات إجرائية مثلما حدث في بعض الأنواع السابقة، إذ إن المعلم يجب عليه فقط أن يظهر اهتمامه بعمل تلاميذه ويشجعهم دون تقديم توجيهات مباشرة بشأن ما يراد اكتشافه.

- طرق الاكتشاف :

- في الفقرة السابقة تم تصنيف الاكتشاف إلى عدد من الأنواع حسب الدور الذي يقوم به المعلم والتوجيه الذي يقدّمه إلى التلاميذ أثناء عملية الاكتشاف، إلا إنه يمكن تصنيف الاكتشاف في ضوء اعتبار آخر حيث يصنفه بعض التربويين بناءً على الطريقة التي تستخدم في الوصول إلى الاكتشاف إلى طريقتين أساسيتين هما:

1 - طريقة الاكتشاف الاستقرائي :

- تعرّف الطريقة الاستقرائية بأنها الوصول إلى مفهوم أو تعميم بعد أن يكون المتعلم قد أطلّع على مجموعة من الأمثلة والحالات الخاصة لذلك المفهوم أو التعميم، حيث تؤدي هذه الأمثلة والحالات بالمتعلم إلى اكتشاف المعنى أو التوصل إلى التعميم المتضمن فيها.

- أي أنه يتم في هذه الطريقة اكتشاف المفهوم أو التعميم من خلال دراسة مجموعة من الأمثلة الخاصة لهذا المفهوم أو التعميم . ويمكن تلخيص الخطوات التي يتبعها المعلم في الطريقة الاستقرائية فيما يلي:

- تقديم اسم المفهوم .
- عرض مجموعة من الأمثلة المنتمية للمفهوم ومجموعة من الأمثلة غير المنتمية له (اللا أمثلة).
- يطلب من التلاميذ تحديد الخصائص والصفات المشتركة التي يتصف بها المفهوم المراد دراسته .
- يقدّم مجموعة أخرى من الأمثلة واللاأمثلة بطريقة غير مرتبة ويطلب من التلاميذ تصنيفها إلى أمثلة منتمية للمفهوم وأخرى غير منتمية، مع التبرير أو ذكر السبب في ذلك.
- يطلب من التلاميذ صياغة تعريف للمفهوم أو ذكر القاعدة التي تمّ التوصل إليها.

- مزايا الطريقة الاستقرائية:
- تنمي قدرة الطالب على التفكير.
- المفهوم أو التعميم الذي يصل إليه التلميذ تبقى آثاره معه فلا ينساها نتيجة للنشاط الذاتي الذي بُذل في الوصول إليه.
- تثير الطريقة الاستقرائية فعالية التلاميذ أثناء الحصة كما تثير نشاطهم الذهني حيث تعتمد على التفاعل بين عقولهم وعقل المعلم.
- الطريقة الاستقرائية هي الطريق الطبيعي الذي يسير فيه التفكير للوصول إلى المعرفة وكشف المجهول وتوضيح الناقص بالتعرف على الجزئيات واستقراء المفردات والتدرج حتى الوصول إلى القاعدة العامة .
- تغرس هذه الطريقة عادات عقلية تقود إلى التفكير السليم مثل دقة الملاحظة والتأني في الاستنباط.

2- طريقة الاكتشاف الاستنباطي:

- تعرّف الطريقة الاستنباطية (القياسية) بأنها: قدرة المتعلم على تطبيق الفكرة الشاملة أو القانون العام أو القاعدة على الحالات الخاصة الجديدة التي تعرض له بمجرد إدراكه للصلة التي تربطها بالقانون العام.
- أي أنه في هذه الطريقة يتم التوصل إلى القاعدة أو التعميم المراد اكتشافه عن طريق الاستنتاج المنطقي من المعلومات التي سبق دراستها ،حيث يتم البدء من الكل إلى الجزء ومن العموميات إلى الخصوصيات ومن القاعدة إلى التطبيق. وتسمى هذه الطريقة أحياناً بالطريقة القياسية أو طريقة القاعدة ثم الأمثلة، حيث يعطي المعلم قاعدة أو حقيقة أو قانوناً ويطبق عليه الأمثلة.
- <u>خطوات الطريقة الاستنباطية:</u>
- يجب على معلم الرياضيات عند استخدام هذه الطريقة اتباع الخطوات التالية:
- عرض القاعدة أو النظرية وبرهانها عند الحاجة ، أي أن يقوم المعلم بعرض النظرية أو القاعدة على التلاميذ موضحاً المصطلحات والرموز والعبارات التي تتضمنها القاعدة ثم يبرهن على صحة النظرية .
- تقديم الأمثلة التطبيقية ، أي يعطي المعلم عدة مشكلات أو مواقف متنوعة موضحاً لتلاميذه كيف يمكن تطبيق القاعدة العامة عليها.
- التطبيق، بمعنى يكلف المعلم تلاميذه بحل مشكلات أو مواقف جديدة لاكتشاف قدرة التلاميذ على تطبيق القاعدة العامة على حالات فردية خاصة.

- <u>مزايا الطريقة الاستنباطية:</u>
- سهولة استخدامها وتطبيقها في دروس الرياضيات.
- تساعد على تغطية المقرر في الوقت المحدد .
- تناسب عندما يكون عدد الطلاب كبيراً .
- <u>عيوب الطريقة الاستنباطية:</u>
- عدم مناسبتها لتلاميذ المراحل الأولى من التعليم .
- يكون موقف الطالب أقل إيجابية في هذه الطريقة .
- قد ينسى الطالب القاعدة أو النظرية بعد حفظها لأن حفظه لم يقترن بالفهم ولأنه لم يساهم ويبذل جهداً في استنباطها والوصول إليها .
- إضعاف الابتكار والإبداع لدى التلميذ.

- مزايا الاكتشاف:
- يكسب الطالب القدرة على استخدام أساليب البحث والاستقصاء وحل المشكلات .
- يعتمد على الحوافز الداخلية وينمي الشعور بالثقة وتحقيق الذات عند الطالب لدى توصله إلى اكتشاف ما ، مما يخل لديه دافعاً قوياً للاستمرار في عملية التعلم ويحسّن من اتجاهاته نحو الرياضيات وتعلمه ويجعل الطلاب يشعرون بالرضا عن النفس والثقة بها .
- يزيد من قدرة الطالب على تذكر المعلومات والاحتفاظ بها لفترة طويلة ، وتكون أكثر معنى عند الطلاب مما يساعد على انتقال أثر تعلمها إلى مواقف جديد .
- ينمي مهارات التفكير الاستقرائي والاستنتاجي والناقد ويعمل على المستويات العقلية العليا كالتحليل والتركيب والتقويم .

- يتعلم الطلاب من خلال اندماجهم في دروس الاكتشاف بعض الطرق والأنشطة الضرورية للكشف عن أشياء جديدة بأنفسهم.
- يساعد في تنمية طرق فعالة للعمل الجماعي ومشاركة المعلومات والاستماع إلى أفكار الآخرين والاستئناس بها .
- يحقق نشاط المتعلم وإيجابيته ويجعله محوراً للعملية التعليمية ويبعد عنه السلبية والتسليم للغير والتبعية التقليدية .
- تصلح هذه الطريقة للمناقشات الفردية والجماعية على حد سواء و يمكن استخدامها في جميع الأعمار والمستويات.

- <u>عيوب (سلبيات) طريقة الاكتشاف :</u>
- التعلم بالاكتشاف يستغرق وقتاً طويلاً مما يجعله غير ملائم للواقع العملي للكثير من النظم التعليمية القائمة على أساس تغطية محتوى كبير في زمن محدد.
- عدم مناسبة طريقة الاكتشاف لجميع الموضوعات فهي تصلح لموضوعات دون أخرى .
- قد يسيطر أحد المتعلمين – خاصة في عمليات الاكتشاف الجماعي – على النشاط ويقود زملاءه ويوجههم فيفقد الجميع زمام المبادرة وتفقد الطريقة حيويتها.
- قد لا يتوفر في بنية التلاميذ المعرفية المفاهيم والعلاقات المناسبة المرتبطة بالمفاهيم والعلاقات المراد اكتشافها .
- عدم توفر الإمكانات والتجهيزات المعينة على التدريس بالاكتشاف .